Klasse 5

Einfache Gleichungen

Intuitiver Zugang
ohne große Gleichungslehre

Datei Nr. 10013

Stand 10. April 2016

FRIEDRICH W. BUCKEL

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Vorwort

In diesem Text werden einfache Gleichungen gelöst. Ich zeige zuerst, wie man eine Rechenoperation rückgängig machen (umkehren) kann. Dies wird auf Gleichungen angewandt.

Es wird hier also keine Gleichungslehre entwickelt, im Sinne von Äquivalenzumformungen usw. Darauf wird im Text 12140 eingegangen. Dies gilt dann ab Klasse 7, wenn man schon Bruchzahlen und negative Zahlen zur Verfügung hat.

Im laufenden Text gibt es Aufgaben zum sofortigen Lösen, nachdem man die Beispiele durchgearbeitet hat. Zusätzlich gibt es an vier Stellen Trainingsaufgaben, die man erst nach ein oder zwei Tagen lösen soll. Dies ist eines, ob man noch alles weiß. Deren Lösungen stehen am Ende des Textes.

Inhalt

1	Gleichungen zur Addition	3
2	Umkehrung von Additionen und Subtraktionen	4
3	Umkehrung von Additionsgleichungen	6
	Verwendung der Lösungsmenge	7
4	Gleichungen mit Subtraktion	8
5	Gleichungen mit Multiplikation	11
	Die Probe machen	12
6	Gleichungen mit Division	13
7	Etwas kompliziertere Gleichungen	16
8	Zusammenstellung aller Trainingsaufgaben	19
	Lösungen aller Trainingsaufgaben	20

Demo-Text für www.mathe-cd.de

1 Gleichungen zur Addition

Wir beginnen mit Zahlenrätseln:

(1) **Welche Zahl muss man zu 18 addieren, damit man 25 erhält?**

Diese Rechnung kann man schematisch so darstellen:
Man führt die Addition mit einem Platzhalter $\square$ durch, der die Stelle der gesuchten Zahl einnimmt:

$$18 + \square = 25$$

Man findet ganz schnell heraus, dass die gesuchte Zahl 7 ist:

$$18 + \boxed{7} = 25$$

Mathematiker verwenden lieber Buchstaben als Platzhalter als solche Kästchen.
Damit schreibt man diese Rechnung so auf:

$$18 + x = 25$$

Das Ergebnis ist $x = 7$

(2) **Zu welcher Zahl muss man 25 addieren, damit man 100 erhält?**

Jetzt sucht man die erste Zahl in der Additionsaufgabe:

$$\square + 25 = 100$$

Diese Rechnung ist gesucht: $\boxed{75} + 25 = 100$

Oder mit dem Platzhalter x: $x + 25 = 100$

Das Ergebnis ist $x = 75$

(3) **Zu welcher Zahl muss man zu 36 addieren, damit man 60 erhält?**

Dies ergibt die Gleichung: $x + 36 = 60$

Die richtige Rechnung heißt: $24 + 36 = 60$

Also ist $x = 24$

(4) **Welche Zahl muss man zu 105 addieren, damit man 120 erhält?**

Dazu gehört die Gleichung: $105 + x = 120$

Die passende Rechnung heißt: $105 + 15 = 120$

Also ist $x = 15$

(5) **Welche Zahl muss man zu 289 addieren, damit man 513 erhält?**

Jetzt sieht das schon schwieriger aus.

Die Gleichung heißt $289 + x = 513$

Ich verrate die Lösung: $289 + 224 = 513$

Also ist $x = 224$

Überlege: Wie kann man die Lösungszahl 224 berechnen? (Seite 5)

Demo-Text für www.mathe-cd.de

2 Umkehrung von Additionen in Subtraktionen

(a) Die Addition $18 + 7 = 25$ kann man auf zweierlei Arten beschreiben:

1. Addiert man 7 zu 18, erhält man 25.
2. Addiert man 18 zu 7, erhält man 25.

Dies sollte klar sein, denn bei einer Addition kann man die Summanden vertauschen.

Nun kehre ich diese beiden Berechnungen um. Dann erhält man:

$25 - 18 = 7$ und $25 - 7 = 18$

Man kann dies auch so veranschaulichen:

$18 + 7 = 25$ Klaus hat 18 € und erhält 7 € dazu, dann besitzt er 25 €.

Umkehrung:

$25 - 7 = 18$ Klaus gibt diese 7 € wieder her, dann besitzt er wieder 18 €-

Oder bei vertauschen Summanden:

$7 + 18 = 25$ Emma besitzt 7 € und erhält 18 € dazu, dann besitzt sie 25 €.

Umkehrung:

$25 - 18 = 7$ Emma gibt diese 18 € wieder her, dann besitzt sie wieder 7 €.

Wir üben einige Male, wie man aus Additionen Subtraktionen macht.

	Addition		Umkehrungen		
(b)	$16 + 10 = 26$	:	$26 - 10 = 16$	oder	$26 - 16 = 10$
(c)	$53 + 7 = 60$		$60 - 7 = 53$	oder	$60 - 53 = 7$
(d)	$85 + 115 = 200$		$200 - 115 = 85$	oder	$200 - 85 = 115$
(e)	$49 + 27 = 76$		$76 - 27 = 49$	oder	$76 - 49 = 27$
(f)	$610 + 312 = 922$		$922 - 312 = 610$	oder	$922 - 610 = 312$

Aufgabe 1

Schreibe auf dieselbe Weise zu jeder der folgenden Additionen zwei Umkehrungen auf.

a)	$15 + 38 =$	b)	$87 + 53 =$	c)	$75 + 74 =$
d)	$251 + 55 =$	e)	$200 + 267 =$	f)	$513 + 78 =$

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Lösungen zu Aufgabe 1

	Aufgabe	1.Umkehrung	2. Umkehrung
a)	$15+38=53$	$53-38=15$	$53-15=38$
b)	$87+53=140$	$140-53=87$	$140-87=53$
c)	$75+74=149$	$149-74=75$	$149-75=74$
d)	$251+55=306$	$306-55=251$	$306-251=55$
e)	$200+267=467$	$467-267=200$	$467-200=267$
f)	$513+78=591$	$591-78=513$	$591-513=78$

Demo-Text für www.mathe-cd.de

3 Umkehrung von Additionsgleichungen

a) Die Gleichung $23 + 12 = 35$ kann man umkehren zu: $35 - 12 = 23$

Die Gleichung $x + 12 = 35$ kann man umkehren zu: $\underbrace{35 - 12}_{23} = x$

Hast du etwas bemerkt? Durch die Umkehrung dieser Gleichung, konnten wir x berechnen.

b) Die Gleichung $45 + 60 = 105$ kann man umkehren zu: $105 - 60 = 45$

Die Gleichung $x + 60 = 105$ kann man umkehren zu: $\underbrace{105 - 60}_{45} = x$

Durch die Umkehrung dieser Gleichung, konnten wir x berechnen.

c) Die Gleichung $16 + 15 = 31$ kann man umkehren zu: $31 - 16 = 15$

Die Gleichung $16 + x = 31$ kann man umkehren zu: $\underbrace{31 - 16}_{15} = x$

Durch die Umkehrung dieser Gleichung, konnten wir x berechnen.

d) Die Gleichung $127 + 150 = 277$ kann man umkehren zu: $277 - 127 = 150$

Die Gleichung $127 + x = 277$ kann man umkehren zu: $\underbrace{277 - 127}_{150} = x$

Dies schreiben wir jetzt anders auf:

a) Die gegebene Gleichung heißt: $x + 12 = 35$

Umkehrung $35 - 12 = x$

Seiten vertauschen: $x = 35 - 12$

$x = 23$

Es üblich, die Gleichheitszeichen untereinander zu setzen. Das macht die Lösung übersichtlicher.

b) Gegebene Gleichung: $289 + x = 513$

Umkehrung: $513 - 289 = x$

Vertauschen: $x = 513 - 289$

$x = 224$

Die zweite Gleichung kann man weg lassen:

c) $16 + x = 31$
$x = 31 - 16$
$x = 15$

d) $127 + x = 277$
$x = 277 - 127$
$x = 150$

e) $x + 37 = 43$
$x = 43 - 37$
$x = 6$

Aufgabe 2

a)	$x + 48 = 100$	b)	$x + 88 = 120$	c)	$36 + x = 116$	d)	$24 + x = 57$
e)	$x + 19 = 19$	f)	$x + 141 = 301$	g)	$75 + x = 99$	h)	$118 + x = 79$

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Lösungen der Aufgabe 2

a)
$$x + 48 = 100$$
$$x = 100 - 48$$
$$x = 52$$

b)
$$x + 88 = 120$$
$$x = 120 - 88$$
$$x = 32$$

c)
$$36 + x = 116$$
$$x = 116 - 36$$
$$x = 80$$

d)
$$24 + x = 57$$
$$x = 57 - 24$$
$$x = 33$$

e)
$$x + 19 = 19$$
$$x = 19 - 19$$
$$x = 0$$

f)
$$x + 141 = 301$$
$$x = 301 - 141$$
$$x = 160$$

g)
$$75 + x = 99$$
$$x = 99 - 75$$
$$x = 24$$

h)
$$118 + x = 79$$
$$x = 79 - 117$$
In Kl. 5 nicht lösbar

Verwendung einer einheitlichen Schreibweise

Zum Lösen von Gleichungen gibt es eine einheitliche Schreibweise:

Zuerst schreibt man die Gleichung auf: $x + 150 = 200 \quad | -150$

Dann fügt man einen senkrechten Strich an und schreibt den nächsten Rechenbefehl dahinter.

Hier wollen wir ja 150 subtrahieren: $x = 200 - 150$

Dann wird die Lösungszahl berechnet: $x = 50$

Diese schreibt man in die Lösungsmenge: $\mathbf{L} = \{50\}$

Es ist auch üblich, die Gleichheitszeichen der Folgegleichungen untereinander zu schreiben!

Noch zwei Beispiele:

$$24 + x = 39 \quad | -24$$
$$x = 39 - 14$$
$$x = 25$$
$$\mathbf{L} = \{25\}$$

$$x + 17 = 31 \quad | -17$$
$$x = 31 - 17$$
$$x = 14$$
$$\mathbf{L} = \{14\}$$

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Lösungen Aufgabe 3

a)
$$x - 35 = 75 \quad | +35$$
$$x = 75 + 35$$
$$x = 110$$
$$\mathbf{L} = \{110\}$$

b)
$$x - 34 = 5 \quad | +34$$
$$x = 5 + 34$$
$$x = 39$$
$$\mathbf{L} = \{39\}$$

c)
$$x - 141 = 14$$
$$x = 14 + 141$$
$$x = 155$$
$$\mathbf{L} = \{155\}$$

d)
$$x - 25 = 0$$
$$x = 0 + 25$$
$$x = 25$$
$$\mathbf{L} = \{25\}$$

Es gibt eine zweite Art von Subtraktionsgleichungen

Beispiel 6 Zur Gleichung $54 - \square = 31$

gehört die Berechnung: $54 - \boxed{23} = 31$.

Die Lösungszahl ist also 23.

Im Gegensatz zu den Gleichungen der vorangegangenen Seite wird jetzt die unbekannte Zahl, also der Platzhalter, subtrahiert. Dies erfordert einen weiteren Rechenschritt.

Wir gehen aus von der Gleichung $54 - x = 31$

und kehren sie um zu einer Summe: $54 = 31 + x$

Jetzt kehren wir diese Summengleichung wiederum, indem wir 31 subtrahieren:

$$54 - 31 = x$$

Die gesuchte Zahl ist $x = 23$

Das Lösungsschema sieht damit so aus:

$$54 - x = 31 \quad | +x$$
$$54 = 31 + x \quad | -31$$
$$54 - 31 = x$$
$$x = 23$$
$$\mathbf{L} = \{23\}$$

Hintergrund der Rechnungen:

Man kehrt zuerst die Subtraktion um und erhält eine Summe, in der x steht. Daher muss man nochmals umkehren, so dass x alleine da steht.

Beispiel 7

$$44 - x = 14 \quad | +x$$
$$44 = 14 + x \quad | -14$$
$$44 - 14 = x$$
$$x = 30$$
$$\mathbf{L} = \{30\}$$

Beispiel 9

$$93 - x = 49 \quad | +x$$
$$93 = 49 + x \quad | -49$$
$$93 - 49 = x$$
$$x = 44$$
$$\mathbf{L} = \{44\}$$

Aufgabe 4

a) $36 - x = 21$

b) $98 - x = 77$

c) $75 - x = 8$

d) $28 - x = 28$

e) $28 - x = 79$

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Lösungen zu Aufgabe 4

a)
$$36 - x = 21 \quad | +x$$
$$36 = 21 + x \quad | -21$$
$$36 - 21 = x$$
$$x = 15$$
$$\mathbf{L} = \{15\}$$

b)
$$98 - x = 77 \quad | +x$$
$$98 = 77 + x \quad | -77$$
$$98 - 77 = x$$
$$x = 21$$
$$\mathbf{L} = \{21\}$$

c)
$$75 - x = 8 \quad | +x$$
$$75 = 8 + x \quad | -8$$
$$75 - 8 = x$$
$$x = 67$$
$$\mathbf{L} = \{67\}$$

d)
$$28 - x = 28 \quad | +x$$
$$28 = 28 + x \quad | -28$$
$$28 - 28 = x$$
$$x = 0$$
$$\mathbf{L} = \{0\}$$

Die Lösung kann man in d) sofort erkennen, denn 28 – 0 = 28

e)
$$28 - x = 79 \quad | +x$$
$$28 = 79 + x \quad | -79$$
$$28 - 79 = x$$
$$\mathbf{L} = \{\ \}$$

Wenn man wie in Klasse 5 die negativen Zahlen nicht kennt, kann man in e) nicht weiterrechnen. Es gibt keine natürliche Zahl als Lösung. Damit wird die Lösungsmenge **leer.**

Übersicht

Wir können jetzt drei Arten von einfachen Gleichungen lösen:

Additionsgleichungen wie 24 + x = 33 oder x + 19 = 69

Subtraktionsgleichungen wie $x - 24 = 33$ oder $60 - x = 19$

Wenn du eine solche Gleichung lösen sollst, musst du die Methode **wissen,** mit der man die Gleichung umstellt und somit löst. Dazu muss man lernen und üben!

Gemischte Trainingsaufgaben Nr. 1

Berechne die Lösungsmenge. Schreibe alle Zwischenschritte ausführlich auf!

a)	$x + 17 = 39$	b)	$x - 17 = 39$	c)	$45 + x = 98$	d)	$38 - x = 24$
e)	$23 + x = 100$	f)	$64 - x = 17$	g)	$x + 93 = 14$	h)	$x - 23 = 77$
i)	$78 - x = 29$	j)	$33 + x = 114$	k)	$x - 94 = 12$	l)	$x + 305 = 360$

Die Lösungen stehen am Ende des Textes.

Demo-Text für www.mathe-cd.de

5 Gleichungen mit Multiplikation

Beispiel 1 Zur Gleichung $\square \cdot 5 = 30$

gehört die Berechnung: $\boxed{6} \cdot 5 = 30$.

Die Lösungszahl ist also 6.

Will man diese Zahl aus den in der Gleichung stehenden Zahlen 5 und 30 berechnen, muss man die Multiplikation umkehren:

$6 \cdot 5 = 30$ hat als Umkehrung: $30 : 5 = 6$ $\quad 6 \underset{:5}{\overset{\cdot 5}{\rightleftarrows}} 30$

Die Multiplikation $\cdot 5$ wird also rückgängig gemacht durch die Division $: 5$.

Und so sollte man das Lösungsverfahren aufschreiben:

$x \cdot 5 = 30 \quad | :5$

$x = 30 : 5$

$x = 6$

$L = \{6\}$

Beispiel 2 Zur Gleichung $8 \cdot x = 56$

gehört die Berechnung: $8 \cdot 7 = 56$.

Die Lösungszahl ist also 7.

Will man diese Zahl aus den in der Gleichung stehenden Zahlen 8 und 56 berechnen, muss man die Multiplikation umkehren:

$8 \cdot 7 = 56$ hat als Umkehrung: $56 : 8 = 7$ $\quad 8 \underset{:7}{\overset{\cdot 7}{\rightleftarrows}} 56$

Die Multiplikation $\cdot 7$ wird also rückgängig gemacht durch die Division $: 7$.

So sollte man das Lösungsverfahren aufschreiben:

$8 \cdot x = 56 \quad | :8$

$x = 56 : 8$

$x = 7$

$\mathbf{L} = \{7\}$

Man beobachtet: In Beispiel 1 steht der Platzhalter links, in Beispiel 2 steht er rechts. Aber für beide Gleichungen verwendet man dasselbe Verfahren: Man dividiert durch den bei x stehenden Faktor. Das hätte man auch gleich sagen können, wenn man daran denkt, dass für die Multiplikation ja das Kommutativgesetz gilt, d. h. dass man die Faktoren vertauschen darf. Also ist $8 \cdot x = x \cdot 8$.

Vereinfachung: Man hat vereinbart, dass man beim Produkt zwischen einer Zahl und einem Platzhalter wie x den Multiplikationspunkt weglassen darf, wenn die Zahl links steht. Also bedeutet $12x = 108$ dasselbe wie $12 \cdot x = 108$.

Beispiel 3

$12x = 108 \quad | :12$

$x = 108 : 12$

$x = 9$

$\mathbf{L} = \{9\}$

Beispiel 4

$15x = 90 \quad | :15$

$x = 90 : 15$

$x = 6$

$\mathbf{L} = \{6\}$

Aufgabe 5

a) $3x = 81$

b) $9x = 135$

c) $14x = 42$

d) $16x = 64$

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Lösungen zu Aufgabe 5

a)
$$3x = 81 \quad | :3$$
$$x = 81 : 3$$
$$x = 27$$
$$\mathbf{L} = \{27\}$$

b)
$$9x = 135 \quad | :9$$
$$x = 135 : 9$$
$$x = 15$$
$$\mathbf{L} = \{15\}$$

c)
$$14x = 42 \quad | :14$$
$$x = 42 : 14$$
$$x = 3$$
$$\mathbf{L} = \{3\}$$

d)
$$16x = 64 \quad | :16$$
$$x = 64 : 16$$
$$x = 4$$
$$\mathbf{L} = \{4\}$$

Die PROBE machen

Wenn man eine Gleichung löst, sucht man eine Zahl, die eine bestimmte Bedingung erfüllen soll. Hat man sie gefunden, kann man natürlich im Anschluss immer die Probe machen, um zu überprüfen, ob man richtig gerechnet hat.

Beispiel 1

$$x + 4 = 13 \quad | -4$$
$$x = 9$$

Zur Probe setzt man 9 in die Gleichung ein und erhält:
$\boxed{9} + 4 = 13$. Dies ist eine „wahre Aussage“.
Also ist 9 eine Lösungszahl der Gleichung.

Beispiel 2

$$x - 6 = 13 \quad | +6$$
$$x = 19$$

Zur Probe setzt man 19 in die Gleichung ein und erhält:
$\boxed{19} - 6 = 13$. Dies ist eine „wahre Aussage“.
Also ist 19 eine Lösungszahl der Gleichung.

Beispiel 3

$$4x = 24 \quad | :4$$
$$x = 6$$

Zur Probe setzt man 6 in die Gleichung ein und erhält:
$4 \cdot \boxed{6} = 24$. Dies ist eine „wahre Aussage“.
Also ist 6 eine Lösungszahl der Gleichung.

Dies kann man zur Kontrolle jederzeit so machen.

Demo-Text für www.mathe-cd.de

6 Gleichungen mit Division

Ähnlich wie bei der Subtraktion gibt es hier zwei Arten von Gleichungen!

Beispiel 1 Zur Gleichung $\square : 5 = 12$

gehört die Berechnung: $\boxed{60} : 5 = 12$.

Die Lösungszahl ist also 60.

Will man diese Zahl aus den in der Gleichung stehenden Zahlen 5 und 12 berechnen, muss man die Division umkehren:

$60 : 5 = 12$ hat als Umkehrung: $60 = 12 \cdot 5$ $\quad 60 \underset{\cdot 5}{\overset{:5}{\rightleftarrows}} 12$

Die Division durch 5 wird also rückgängig gemacht durch eine Multiplikation mit 5.

Und so sollte man das Lösungsverfahren aufschreiben:

$$\begin{aligned} x : 5 &= 12 \quad | \cdot 5 \\ x &= 12 \cdot 5 \\ x &= 60 \\ \mathbf{L} &= \{60\} \end{aligned}$$

Beispiel 2 Zur Gleichung $x : 12 = 9$

gehört die Berechnung $108 : 12 = 9$

Die Lösungszahl ist also 108

Berechnung dieser Lösungszahl:

$108 : 12 = 9$ hat die Umkehrung: $9 \cdot 12 = 108$: $\quad 108 \underset{\cdot 12}{\overset{:12}{\rightleftarrows}} 9$

Und so sollte man das Lösungsverfahren aufschreiben:

$$\begin{aligned} x : 12 &= 9 \quad | \cdot 12 \\ x &= 9 \cdot 12 \\ x &= 108 \\ \mathbf{L} &= \{108\} \end{aligned}$$

Beispiel 3

$$\begin{aligned} x : 5 &= 30 \quad | \cdot 5 \\ x &= 30 \cdot 5 \\ x &= 150 \\ \mathbf{L} &= \{150\} \end{aligned}$$

Probe: $150 : 5 = 30$

Beispiel 4

$$\begin{aligned} x : 18 &= 4 \quad | \cdot 18 \\ x &= 4 \cdot 18 \\ x &= 72 \\ \mathbf{L} &= \{72\} \end{aligned}$$

Probe: $72 : 18 = 4$

Beispiel 5

$$\begin{aligned} x : 3 &= 35 \quad | \cdot 3 \\ x &= 35 \cdot 3 \\ x &= 105 \\ \mathbf{L} &= \{105\} \end{aligned}$$

Probe: $105 : 3 = 35$

Aufgabe 6

Berechne die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

a)	$x : 7 = 12$	b)	$x : 24 = 3$	c)	$x : 9 = 90$	d)	$x : 58 = 2$

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Lösungen zu Aufgabe 6

a)
$$x : 7 = 12 \quad | \cdot 7$$
$$x = 12 \cdot 7$$
$$x = 84$$
$$\mathbf{L} = \{84\}$$

b)
$$x : 24 = 3 \quad | \cdot 24$$
$$x = 3 \cdot 24$$
$$x = 72$$
$$\mathbf{L} = \{72\}$$

c)
$$x : 9 = 90 \quad | \cdot 9$$
$$x = 90 \cdot 9$$
$$x = 810$$
$$\mathbf{L} = \{810\}$$

d)
$$x : 58 = 2 \quad | \cdot 58$$
$$x = 2 \cdot 58$$
$$x = 116$$
$$\mathbf{L} = \{116\}$$

Es gibt eine zweite Art von Divisionsgleichungen

Beispiel 6 Zur Gleichung $54 : \square = 27$
gehört die Berechnung: $54 : \boxed{2} = 17$.
Die Lösungszahl ist also 2.

Wird durch die unbekannte Zahl dividiert, benötigt man einen weiteren Rechenschritt:
Wir gehen aus von der Gleichung $54 : x = 27$
Und kehren sie um zu einem Produkt: $54 = 27 \cdot x$
Jetzt müssen wir diese Produktgleichung wieder umkehren, indem wir durch 27 dividieren:
$$54 : 27 = x$$
Und erhalten damit die gesuchte Zahl $x = 2$

Das Lösungsschema sieht damit so aus:
$$54 : x = 27 \quad | \cdot x$$
$$54 = 27 \cdot x \quad | :27$$
$$54 : 27 = x$$
$$x = 2$$
$$\mathbf{L} = \{2\}$$

Hintergrund: Man kehrt zuerst die Division um und erhält ein Produkt, in der x steht. Daher muss man nochmals umkehren, so dass x alleine da steht.

Beispiel 7
$$44 : x = 4 \quad | \cdot x$$
$$44 = 4 \cdot x \quad | :4$$
$$44 : 4 = x$$
$$x = 11$$
$$\mathbf{L} = \{11\}$$
Probe: $44 : 11 = 4$

Beispiel 9
$$98 : x = 7 \quad | \cdot x$$
$$98 = 7 \cdot x \quad | :7$$
$$98 : 7 = x$$
$$x = 14$$
$$\mathbf{L} = \{14\}$$
Probe: $98 : 140 = 7$

Aufgabe 7

a) $36 : x = 9$
b) $80 : x = 5$
c) $75 : x = 25$
d) $28 : x = 28$
e) $28 : x = 56$

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Lösungen zu Aufgabe 7

a)
$$36 : x = 9 \quad | \cdot x$$
$$36 = 9 \cdot x \quad | :9$$
$$36 : 9 = x$$
$$x = 4$$
$$\mathbf{L} = \{4\}$$

b)
$$80 : x = 5 \quad | \cdot x$$
$$80 = 5 \cdot x \quad | :5$$
$$80 : 5 = x$$
$$x = 16$$
$$\mathbf{L} = \{16\}$$

c)
$$75 : x = 25 \quad | \cdot x$$
$$75 = 25 \cdot x \quad | :25$$
$$75 : 25 = x$$
$$x = 3$$
$$\mathbf{L} = \{3\}$$

d)
$$28 : x = 28 \quad | \cdot x$$
$$28 = 28 \cdot x \quad | :28$$
$$28 : 28 = x$$
$$x = 1$$
$$\mathbf{L} = \{1\}$$

e)
$$28 : x = 56 \quad | \cdot x$$
$$28 = 56 \cdot x \quad | :56$$
$$28 : 56 = x$$
$$\mathbf{L} = \{\ \}$$

Hier endet in Klasse 5 die Rechnung, weil man ohne Bruchrechnung kein Ergebnis findet. Daher wird man in diesem Fall die leere Menge als Lösungsmenge verwenden:

Denkst Du vielleicht: **Warum soll ich das so kompliziert aufschreiben? Das geht doch viel einfacher und bei vielen Aufgaben sieht man das Ergebnis doch sofort!**

Die Antwort: Es ist super, wenn du so gut denken kannst, dass du die Lösungszahlen schnell erkennst. Dann kannst du auch sofort die Lösungsmenge notieren. Es ist aber wichtig, dass du die Methode des schriftlichen Rechnens lernst, denn bei schwierigeren Aufgaben geht es nicht mehr so schnell im Kopf.

Gemischte Trainingsaufgaben Nr. 2

a)	$271 + x = 316$	b)	$54 - x = 18$	c)	$x - 59 = 128$	d)	$x + 127 = 570$
e)	$42 \cdot x = 294$	f)	$x : 28 = 250$	g)	$x \cdot 77 = 1078$	h)	$3263 : x = 13$

Gemischte Trainingsaufgaben Nr. 3

a)	$24 \cdot x = 168$	b)	$x - 179 = 351$	c)	$x : 45 = 2790$	d)	$x + 3729 = 4111$
e)	$1275 : x = 15$	f)	$279 - x = 35$	g)	$x \cdot 9 = 657$	h)	$247 + x = 325$

Demo-Text für www.mathe-cd.de

7 Etwas kompliziertere Gleichungen

Beispiel 1 Ich stelle die nächste Gleichung in Form eines Rätsels vor:

Robert wird gefragt, wie viel Geld er auf seinem Konto hat. Nach kurzem Nachdenken antwortet er:

Wenn ich das Siebenfache davon nehme und du mir noch 550 € dazugibst, dann sind es 3000 €.

Wie viel Geld liegt auf Roberts Konto?

Hinweis: Im Text 10015 werden Textaufgaben besprochen und geübt.

Lösung

Wir kennen Roberts Kontostand nicht und verwenden daher vorläufig den Platzhalter x.

Dann folgen wir den Anweisungen im Text: Wir nehmen davon das Siebenfache, also $7 \cdot x$, kurz $7x$ und addieren dazu noch 550 €, dann haben wir 3000 €.

Als Gleichung; $7x + 550 = 3000$

In dieser Gleichung wird multipliziert und addiert, sie ist also um eine Stufe komplizierter als die zuletzt besprochenen Gleichungen.

Um diese Gleichung lösen zu können, müssen wir uns an eine Vereinbarung der Arithmetik erinnern. Sie heißt „**Rechne Punkt vor Strich**“. Also hat das Produkt $7x$ Vorrang vor der Addition. Daher müssen wir zuerst die Addition umkehren, indem wir 550 subtrahieren.

Dann wissen wir, dass das Siebenfache seines Guthabens genau 3000 – 550 also 2450 € sind. Und davon nun der siebte Teil ist sein Guthaben.

Lösung der Gleichung:

$$\begin{aligned} 7x + 550 &= 3000 && \mid -550 \\ 7x &= 2450 && \mid :7 \\ x &= 2450 : 7 \\ x &= 350 \end{aligned}$$

Beispiel 2

$$\begin{aligned} 12x - 76 &= 104 && \mid +76 \\ 12x &= 104 + 76 \\ 12x &= 180 && \mid :12 \\ x &= 180 : 12 \\ x &= 15 \\ \mathbf{L} &= \{15\} \end{aligned}$$

Auch hier muss man die „Strichrechnung“ zuerst umkehren:

Jetzt die Multiplikation umkehren.

Aufgabe 8

Versuche nun, die folgenden Gleichungen selbst zu lösen.

a)	$8x + 57 = 169$	b)	$24x - 155 = 205$	c)	$7x + 189 = 574$
d)	$6x - 51 = 93$	e)	$13x - 45 = 20$	f)	$25x + 196 = 521$

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Lösungen zu Aufgabe 8

a)
$$8x + 57 = 169 \quad | -57$$
$$8x = 112 \quad | : 8$$
$$x = 14$$
$$\mathbf{L} = \{14\}$$

b)
$$24x - 155 = 205 \quad | +155$$
$$2x = 360 \quad | : 2$$
$$x = 180$$
$$\mathbf{L} = \{180\}$$

c)
$$7x + 189 = 574 \quad | -189$$
$$7x = 385 \quad | : 7$$
$$x = 55$$
$$\mathbf{L} = \{55\}$$

d)
$$6x - 51 = 93 \quad | +51$$
$$6x = 144 \quad | : 6$$
$$x = 24$$
$$\mathbf{L} = \{24\}$$

e)
$$13x - 45 = 20 \quad | +45$$
$$13x = 65 \quad | : 13$$
$$x = 5$$
$$\mathbf{L} = \{5\}$$

f)
$$25x + 196 = 521 \quad | -196$$
$$25x = 325 \quad | : 25$$
$$x = 13$$
$$\mathbf{L} = \{13\}$$

Beispiel 3

$$x : 6 + 4 = 9 \quad | -4$$
$$x : 6 = 5 \quad | \cdot 6$$
$$x = 30$$
$$\mathbf{L} = \{30\}$$

Auch hier muss man die „Strichrechnung“ zuerst umkehren: Die Division umkehren!

Hier schauen wir uns eine Probe an und setzen 30 in die Gleichung ein. Damit erhält man:

$$\boxed{30} : 6 + 4 = 9$$

Dies ist eine wahre Aussage, also ist 30 eine Lösungszahl.

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Aufgabe 9

Bestimme die Lösungsmengen:

a)	$x : 4 + 13 = 22$	b)	$x : 10 - 78 = 12$	c)	$x : 13 + 5 = 8$
d)	$x : 16 - 1 = 14$	e)	$x : 125 + 24 = 32$	f)	$x : 11 - 24 = 37$

Lösungen zu Aufgabe 9

a)
$$x : 4 + 13 = 22 \quad | -13$$
$$x : 4 = 9 \quad | \cdot 4$$
$$x = 36$$
$$\mathbf{L} = \{36\}$$

b)
$$x : 10 - 78 = 12 \quad | +78$$
$$x : 10 = 90 \quad | \cdot 10$$
$$x = 900$$
$$\mathbf{L} = \{900\}$$

c)
$$x : 13 + 5 = 8 \quad | -5$$
$$x : 13 = 3 \quad | \cdot 13$$
$$x = 39$$
$$\mathbf{L} = \{39\}$$

d)
$$x : 16 - 1 = 14 \quad | +1$$
$$x : 16 = 15 \quad | \cdot 16$$
$$x = 240$$
$$\mathbf{L} = \{240\}$$

e)
$$x : 125 + 24 = 32 \quad | -24$$
$$x : 125 = 8 \quad | \cdot 125$$
$$x = 1000$$
$$\mathbf{L} = \{1000\}$$

f)
$$x : 11 - 24 = 37 \quad | +24$$
$$x : 11 = 61 \quad | \cdot 11$$
$$x = 671$$
$$\mathbf{L} = \{671\}$$

Gemischte Trainingsaufgaben Nr. 4

a)	$2x + 3 = 17$	b)	$x : 7 + 14 = 20$	c)	$4 + 5x = 29$	d)	$6x - 8 = 40$
d)	$28 - x = 10$	e)	$28 - 2x = 10$	f)	$12x - 9 = 75$	g)	$8x - 120 = 0$
h)	$x : 24 + 37 = 57$	i)	$x : 19 - 8 = 12$	j)	$16x + 38 = 70$	k)	$140 = 12x - 4$

Demo-Text für www.mathe-cd.de

8 Zusammenstellung aller Trainingsaufgaben

Berechne die Lösungsmenge. Schreibe alle Zwischenschritte ausführlich auf!

Gemischte Trainingsaufgaben Nr. 1

a)	$x + 17 = 39$	b)	$x - 17 = 39$	c)	$45 + x = 98$	d)	$38 - x = 24$
e)	$23 + x = 100$	f)	$64 - x = 17$	g)	$x + 93 = 14$	h)	$x - 23 = 77$
i)	$78 - x = 29$	j)	$33 + x = 114$	k)	$x - 94 = 12$	l)	$x + 305 = 360$

Gemischte Trainingsaufgaben Nr. 2

a)	$271 + x = 316$	b)	$54 - x = 18$	c)	$x - 59 = 128$	d)	$x + 127 = 570$
e)	$42 \cdot x = 294$	f)	$x : 28 = 250$	g)	$x \cdot 77 = 1078$	h)	$3263 : x = 13$

Gemischte Trainingsaufgaben Nr. 3

a)	$24 \cdot x = 168$	b)	$x - 179 = 351$	c)	$x : 4 = 2790$	d)	$x + 3729 = 4111$
e)	$1275 : x = 15$	f)	$279 - x = 35$	g)	$x \cdot 9 = 657$	h)	$247 + x = 325$

Gemischte Trainingsaufgaben Nr. 4

a)	$2x + 3 = 17$	b)	$x : 7 + 14 = 20$	c)	$4 + 5x = 29$	d)	$6x - 8 = 40$
d)	$28 - x = 10$	e)	$28 - 2x = 10$	f)	$12x - 9 = 75$	g)	$8x - 120 = 0$
h)	$x : 24 + 37 = 57$	i)	$x : 19 - 8 = 12$	j)	$16x + 38 = 70$	k)	$140 = 12x - 4$

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Lösungen aller Trainingsaufgaben

Aufgabe 1

a) $x + 17 = 39 \quad | -17$

$x = 22$

$\mathbf{L} = \{22\}$

b) $x - 17 = 39 \quad | +17$

$x = 56$

$\mathbf{L} = \{56\}$

c) $45 + x = 98 \quad | -45$

$x = 53$

$\mathbf{L} = \{53\}$

d) $38 - x = 24 \quad | +x$

$38 = 24 + x \quad | -24$

$14 = x$

$\mathbf{L} = \{14\}$

e) $23 + x = 100 \quad | -23$

$x = 77$

$\mathbf{L} = \{77\}$

f) $64 - x = 17 \quad | +x$

$64 = 17 + x \quad | -17$

$47 = x$

$\mathbf{L} = \{47\}$

g) $x + 93 = 14 \quad | -93$

$x = 14 - 93$

$\mathbf{L} = \{\ \}$

h) $x - 23 = 77 \quad | +23$

$x = 100$

$\mathbf{L} = \{100\}$

i) $78 - x = 29 \quad | +x$

$78 = 29 + x \quad | -29$

$49 = x$

$\mathbf{L} = \{49\}$

j) $33 + x = 114 \quad | -33$

$x = 81$

$\mathbf{L} = \{81\}$

k) $x - 94 = 12 \quad | +94$

$x = 106$

$\mathbf{L} = \{106\}$

l) $x + 305 = 360 \quad | -305$

$x = 55$

$\mathbf{L} = \{55\}$

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Aufgabe 2

a) $271 + x = 316 \quad | -271$

$x = 45$

$\mathbf{L} = \{45\}$

b) $54 - x = 18 \quad | +x$

$54 = 18 + x \quad | -18$

$x = 36$

$\mathbf{L} = \{36\}$

c) $x - 59 = 128 \quad | +59$

$x = 69$

$\mathbf{L} = \{69\}$

d) $x + 127 = 570 \quad | -127$

$x = 443$

$\mathbf{L} = \{443\}$

e) $42 \cdot x = 294 \quad | : 42$

$x = 7$

$\mathbf{L} = \{7\}$

f) $x : 28 = 250 \quad | \cdot 28$

$x = 7000$

$\mathbf{L} = \{7000\}$

Hilfe:
$250 \cdot 28 = 250 \cdot 4 \cdot 7$
$= 1000 \cdot 7 = 7000$

g) $x \cdot 77 = 1078 \quad | :77$

$x = 14$

$\mathbf{L} = \{14\}$

h) $3263 : x = 13 \quad | \cdot x$

$3263 = 13 \cdot x \quad | :13$

$x = 251$

$\mathbf{L} = \{251\}$

Aufgabe 3

a) $24 \cdot x = 168 \quad | :24$

$x = 7$

$\mathbf{L} = \{7\}$

b) $x - 179 = 351 \quad | +179$

$x = 530$

$\mathbf{L} = \{530\}$

c) $x : 4 = 2790 \quad | \cdot 4$

$x = 11160$

$\mathbf{L} = \{11160\}$

d) $x + 3729 = 4111 \quad | -3729$

$x = 382$

$\mathbf{L} = \{382\}$

e) $1275 : x = 15 \quad | \cdot x$

$1275 = 15 \cdot x \quad | :15$

$85 = x$

$\mathbf{L} = \{85\}$

f) $279 - x = 35 \quad | +x$

$279 = 35 + x \quad | -35$

$244 = x$

$\mathbf{L} = \{244\}$

g) $x \cdot 9 = 657 \quad | :9$

$x = 73$

$\mathbf{L} = \{73\}$

h) $247 + x = 325 \quad | -247$

$x = 78$

$\mathbf{L} = \{78\}$

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Aufgabe 4

a)
$$2x+3=17 \quad | -3$$
$$2x=14 \quad | :2$$
$$x=7$$
$$\mathbf{L}=\{7\}$$

b)
$$x:7+14=20 \quad | -14$$
$$x:7=6 \quad | \cdot 7$$
$$x=42$$
$$\mathbf{L}=\{42\}$$

c)
$$4+5x=29 \quad | -4$$
$$5x=25 \quad | :5$$
$$x=5$$
$$\mathbf{L}=\{5\}$$

d)
$$6x-8=40 \quad | +8$$
$$6x=48 \quad | :6$$
$$x=8$$
$$\mathbf{L}=\{8\}$$

d)
$$28-x=10 \quad | +x$$
$$28=10+x \quad | -10$$
$$18=x$$
$$\mathbf{L}=\{18\}$$

e)
$$28-2x=10 \quad | +2x$$
$$28=10+2x$$
$$18=2x \quad | :2$$
$$9=x$$
$$\mathbf{L}=\{9\}$$

f)
$$12x-9=75 \quad | +9$$
$$12x=84 \quad | :12$$
$$x=7$$
$$\mathbf{L}=\{7\}$$

g)
$$8x-120=0 \quad | +120$$
$$8x=120 \quad | :8$$
$$x=15$$
$$\mathbf{L}=\{15\}$$

h)
$$x:24+37=57 \quad | -37$$
$$x:24=20 \quad | \cdot 24$$
$$x=480$$
$$\mathbf{L}=\{480\}$$

i)
$$x:19-8=12 \quad | +8$$
$$y:19=20 \quad | \cdot 19$$
$$y=380$$
$$\mathbf{L}=\{380\}$$

j)
$$16x+38=70 \quad | -38$$
$$16x=32 \quad | :16$$
$$x=2$$
$$\mathbf{L}=\{2\}$$

k)
$$140=12x-4 \quad | +4$$
$$144=12x \quad | :12$$
$$x=12$$
$$\mathbf{L}=\{12\}$$

Demo-Text für www.mathe-cd.de